PROPRIETÀ DI MARKOV E SPAZIO DEGLI STATI NELLA DYNAMIC STOCHASTIC SYNTHESIS DI IANNIS XENAKIS

MARKOV PROPERTIES AND THE STATE SPACE IN THE DYNAMIC STOCHASTIC SYNTHESIS OF IANNIS XENAKIS

LUCA BIMBI

Abstract (IT): Il presente articolo analizza l'architettura della Dynamic Stochastic Synthesis (DSS) di Iannis Xenakis attraverso la teoria delle catene di Markov, con i programmi GENDYN (1991) come riferimento principale. Si dimostra che i processi deterministici interni all'algoritmo — interpolazione lineare e filtraggio a media mobile — preservano la struttura markoviana del random walk con barriere elastich. La coerenza del sistema è garantita per costruzione. L'interpolazione viene interpretata come fattore compositivo decisivo, e la relazione di indeterminazione tempo-frequenza ne chiarisce la logica in termini di scala temporale operativa. L'articolo introduce il concetto di espansione dello spazio degli stati prodotta dall'interpolazione e ne mostra il nesso con la variabilità della granularizzazione. Una genealogia formale da Analogique B (1959) a GENDYN (1991) traccia la migrazione della proprietà Markoviana dal livello macroscopico della distribuzione dei grani a quello microscopico della forma d'onda.
Parole chiave: Xenakis, GENDYN, Dynamic Stochastic Synthesis, catene di Markov, spazio degli stati.

Abstract (EN): This article analyses the Dynamic Stochastic Synthesis (DSS) architecture by Iannis Xenakis through Markov chain theory, taking GENDYN (1991) as primary reference. It is shown that the deterministic processes within the algorithm — linear interpolation and moving average filtering — preserve the Markovian structure of the random walk with elastic barriers. System coherence is guaranteed by construction. Interpolation is interpreted as a decisive compositional factor, and the time-frequency uncertainty relation clarifies its logic in terms of operative temporal scale. The article introduces the concept of state space expansion arising from interpolation and demonstrates its connection to variable granularity. A formal genealogy from Analogique B (1959) to GENDYN (1991) traces the migration of Markovian Property from the macroscopic level of grain distribution to the microscopic level of the waveform.
Keywords: Xenakis, GENDYN, Dynamic Stochastic Synthesis, Markov chains, state space.

PROPRIETÀ DI MARKOV E SPAZIO DEGLI STATI NELLA DYNAMIC STOCHASTIC SYNTHESIS DI IANNIS XENAKIS

LUCA BIMBI

Introduzione

La *Dynamic Stochastic Synthesis* (DSS), concepita da Iannis Xenakis a partire dagli anni Settanta e maturata nei programmi GENDYN dei primi anni Novanta, rappresenta uno dei contributi più radicali alla sintesi del suono del XX secolo[1]. Nella DSS la forma d'onda stessa è il prodotto diretto di un processo probabilistico. Il segnale viene costruito campione per campione come traiettoria di un random walk vincolato, interpolato linearmente tra vertici successivi[2].

La letteratura dedicata alla DSS e a GENDYN è articolata[3]. Serra (1993) ha fornito la prima descrizione tecnica dell'algoritmo di sintesi (microstruttura) e dell'organizzazione formale (macrostruttura) di *GENDY3*. Luque (2009) ha tracciato l'evoluzione della sintesi stocastica da *Polytope de Cluny* (1972) fino ai programmi GENDYN, evidenziando il passaggio dal random walk del primo ordine a quello del secondo ordine. Di Scipio (2022) ha ricostruito l'intero percorso della ricerca di Xenakis sulla sintesi del suono come dominio compositivo, dalla sintesi granulare di

[1] Iannis XENAKIS, *Formalized Music. Thought and Mathematics in Composition*, edizione riveduta, Pendragon Press, Stuyvesant (NY), 1992, cap. IX (*More Thorough Stochastic Music*).

[2] Marie-Hélène SERRA, *Stochastic Composition and Stochastic Timbre: GENDYN3 by Iannis Xenakis*, in «Perspectives of New Music», vol. 31, n. 1, 1993, pp. 236-257.

[3] Sergio LUQUE, *The Stochastic Synthesis of Iannis Xenakis*, in «Leonardo Music Journal», vol. 19, 2009, pp. 77-84.

Analogique B alla DSS, proponendo un'interpretazione che situa l'interpolazione lineare non come dettaglio implementativo ma come scelta compositiva determinante[4].

Nonostante questi contributi, resta una lacuna nella letteratura. Il ruolo strutturale dell'interpolazione lineare e dei filtri a media mobile non è stato analizzato in termini formali di teoria delle catene di Markov. Nessuno dei tre autori citati formalizza il rapporto tra queste componenti deterministiche e il processo stocastico che le alimenta entro un quadro markoviano unitario. Nella letteratura, l'interpolazione è trattata come il mezzo tecnico attraverso cui i vertici discreti vengono connessi in un segnale continuo, esterno al nucleo probabilistico del sistema. Analogamente, i filtri a media mobile opzionali sono descritti come semplici stadi di post-elaborazione.

L'analisi si applica alla DSS in entrambe le versioni. La prima realizzazione (La Légende d'Eer, 1977) implementa già random walk con barriere elastiche e interpolazione lineare. GENDYN (1991) aggiunge tre elementi. Il primo è il random walk del secondo ordine (cfr. sezione 2.1), che espande lo spazio degli stati senza alterare la struttura di transizione. Il secondo è dato dai filtri FIR opzionali, non confermabili nella DSS originale (codice non accessibile). Il terzo è la macrostruttura generativa PARAG (cfr. sezione 7). Si assume GENDYN come riferimento principale, specificando le proprietà comuni all'intera architettura DSS.

Il contributo specifico di questo articolo è triplice. In primo luogo, si dimostra che i processi deterministici interni alla pipeline della DSS non sono operazioni esterne al processo stocastico ma trasformazioni dello spazio degli stati che ne preservano la struttura markoviana. In secondo luogo, si formalizza il concetto di espansione dello spazio degli stati come conseguenza dell'inclusione dell'interpolazione nella

[4] Agostino DI SCIPIO, *La Sintesi del suono in Iannis Xenakis*. Indagine di una ricerca compositiva, in «Musica/Tecnologia», vol. 16, 2022, pp. 77-101.

descrizione markoviana, mostrando come la variabilità della granularizzazione — prodotta dalla densità stocastica dei breakpoint — corrisponda a una modulazione della dimensionalità di tale spazio. In terzo luogo, si traccia una genealogia formale dalla distribuzione markoviana dei grani in *Analogique B* (1959) alla costruzione markoviana della forma d'onda nella DSS, mostrando come la proprietà Markoviana sia migrata dal livello macroscopico della distribuzione dei grani a quello microscopico del segnale. Questa lettura è coerente con l'osservazione di Di Scipio secondo cui l'interpolazione rappresenta un «fattore decisivo», e ne offre la formalizzazione.

1. L'architettura della DSS e di GENDYN

1.1 Il random walk con barriere elastiche

Il nucleo generativo della DSS è un random walk con barriere elastiche (*elastic mirror boundaries*) che opera su due parametri indipendenti per ciascun breakpoint *i* della forma d'onda[5]. Nel random walk del primo ordine, ad ogni passo *n* del processo, l'ampiezza e la durata di ciascun breakpoint vengono aggiornate secondo le equazioni:

$$a(n,i) = a(n-1,i) + f(z) \cdot \Delta a$$
$$d(n,i) = d(n-1,i) + f(z) \cdot \Delta d$$

dove *z* è un numero casuale uniforme e *f(z)* è una funzione di distribuzione di probabilità (Cauchy, logistica, coseno iperbolico, arcseno, esponenziale o sinusoidale)

[5] Iannis XENAKIS, *Formalized Music* cit., p. 289. Serra, *Stochastic Composition* cit., pp. 237-243.

che trasforma z. Δa, e Δd sono i coefficienti di scala delle barriere elastiche[6]. Quando il valore perturbato eccede i limiti del dominio, viene riflesso elasticamente nel range valido. Questo meccanismo impedisce la divergenza del random walk mantenendo il processo limitato. Con incrementi simmetrici e riflessione elastica, la distribuzione stazionaria del primo ordine è approssimativamente uniforme; nel secondo ordine il processo gravita verso le barriere (cfr. infra).

Il processo soddisfa la proprietà di Markov per definizione, poiché il nuovo stato di ogni breakpoint dipende esclusivamente dal suo stato precedente e dall'incremento stocastico corrente[7].

Una distinzione importante, evidenziata da Luque, riguarda l'ordine del random walk. Nella prima implementazione della DSS per *La Légende d'Eer* (1977), Xenakis utilizza un random walk del primo ordine. La distribuzione di probabilità genera direttamente i passi che aggiornano le posizioni dei breakpoint. Nei programmi GENDYN degli anni 1990, il processo diventa del secondo ordine. La distribuzione genera i passi di un random walk primario, le cui posizioni successive costituiscono i passi di un random walk secondario. Le posizioni di quest'ultimo sono i valori effettivi del processo[8]. Il comportamento dei due ordini è qualitativamente diverso, poiché il random walk del primo ordine oscilla attorno a una posizione di equilibrio che muta

[6] Nel codice originale GENDYN1.BAS, le variabili MIROIR.A e MIROIR.D implementano le barriere elastiche per ampiezze e durate rispettivamente. Quando il valore perturbato supera il limite, viene «riflesso» indietro nel range valido. Cfr. Serra, *Stochastic Composition* cit., pp. 241-242.

[7] Un processo $\{X_n\}$ soddisfa la proprietà di Markov se $P(X_{n+1} \mid X_n, X_{n-1}, \ldots, X_0) = P(X_{n+1} \mid X_n)$. Si veda Athanasios PAPOULIS, S. UNNIKRISHNA PILLAI, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, New York, 2002, cap. 16.

[8] Sergio LUQUE, *The Stochastic Synthesis* cit., pp. 80-81. Il random walk del secondo ordine consiste di tre elementi: una distribuzione di probabilità e due random walk. La distribuzione genera i passi del random walk primario; le posizioni successive del primario sono i passi del secondario.

arbitrariamente nel tempo, mentre quello del secondo ordine gravita attorno a una delle due barriere elastiche, producendo forme d'onda con caratteristiche statistiche più stabili e strutturate.

In termini formali, il secondo ordine si esprime come sistema di due random walk accoppiati per ciascun parametro. Per l'ampiezza il random walk primario:

$$w_a(n,i) = w_a(n-1,i) + f(z)\cdot\Delta a$$

è soggetto a riflessione elastica e pilota il random walk secondario:

$$a(n,i) = a(n-1,i) + w_a(n,i)$$

anch'esso soggetto a riflessione.

Le equazioni per la durata sono analoghe, con w^d e Δd. Nel codice BASIC di GENDYN, Δa e Δd corrispondono alle variabili MIROIR.A e MIROIR.D. Lo stato minimale del processo al secondo ordine è pertanto:

$$s[n] = (a_n, w_{an}, d_n, w^d{}_n)$$

dove w_a e w^d sono le posizioni correnti del random walk primario, per ampiezza e durata rispettivamente. L'analisi formale sviluppata nelle sezioni successive vale per entrambi gli ordini. Le differenze riguardano unicamente la dimensionalità dello spazio degli stati.

1.2 L'interpolazione lineare tra breakpoint

I breakpoint generati dal random walk definiscono i vertici di un poligono irregolare che costituisce un singolo periodo della forma d'onda. Il segnale audio viene ottenuto interpolando linearmente tra vertici consecutivi. Per una posizione frazionaria $\alpha \in [0, 1]$ tra il breakpoint i e il breakpoint $i+1$, il campione di uscita è dato da:

$$y = (1 - \alpha) \cdot a(n,i) + \alpha \cdot a(n,i+1)$$

Questa operazione è formalmente equivalente alla convoluzione del segnale discreto dei breakpoint con un kernel triangolare (*tent function*)[9]. Il kernel triangolare $\Lambda(t)$ si ottiene dalla convoluzione di una funzione rettangolare (*box filter*) con sé stessa, e nel caso minimale L=2 produce il filtro FIR con coefficienti:

$$h = 1/4[1, 2, 1]$$

La risposta in frequenza risultante è proporzionale a $sinc^2(f)$, con un roll-off spettrale di −12 dB/ottava. Poiché il random walk sui breakpoint è un processo di tipo browniano, il cui spettro decade a −12 dB/ottava (densità $\sim 1/f^2$), l'interpolazione lineare non si limita a connettere i vertici ma sovrappone al decadimento browniano del processo generatore un'ulteriore attenuazione della medesima pendenza. Lo spettro del segnale interpolato decade più rapidamente di quanto farebbe ciascuna componente singolarmente.

[9] Il kernel triangolare $\Lambda(t)$ si definisce come la convoluzione di una funzione rettangolare con sé stessa: $\Lambda(t) = rect(t) * rect(t)$. Si veda Alan V. Oppenheim, Ronald W. Schafer, *Discrete-Time Signal Processing*, Pearson, Upper Saddle River (NJ), 2010, cap. 4.

1.3 L'interpolazione come scelta compositiva: la lettura di Di Scipio e il quadro di Gabor

Di Scipio evidenzia il ruolo dell'interpolazione lineare come *fattore decisivo* nell'architettura della DSS[10]. La questione è di scala temporale e si inquadra nel quadro teorico introdotto da Dennis Gabor nel 1947[11].
Gabor dimostra che qualsiasi segnale può essere descritto in un «diagramma informazionale» bidimensionale, dove tempo e frequenza sono coordinate ortogonali. La «durata efficace» Δt e la «banda di frequenza efficace» Δf di un segnale soddisfano la relazione di indeterminazione:

$$\Delta t \cdot \Delta f \geq 1$$ [12]

L'area del rettangolo caratteristico — la «cella» nel diagramma informazionale — non può essere inferiore all'unità e questo definisce il *quanto acustico* come unità minima di informazione sonora. Il diagramma può essere suddiviso in celle rettangolari di

[10] Agostino DI SCIPIO, *La Sintesi del suono* cit., pp. 93-94: «L'interpolazione tra valori successivi è un fattore decisivo: ogni coppia di valori probabilistici scivola gradualmente fino ai due nuovi valori successivi in un tempo variabile ma comunque breve [...]. La variazione stocastica dunque non ha luogo di campione in campione [...] ma a distanza di alcuni campioni (decine o centinaia)».

[11] Dennis GABOR, *Acoustical Quanta and the Theory of Hearing*, in «Nature», n. 4044, vol. 159, 1947, pp. 591-594. Traduzione italiana a cura di Agostino Di Scipio: *I quanta acustici e la teoria dell'udito*, in «Musica/Tecnologia», vol. 10, 2016, pp. 9-16.

[12] Gabor dimostra che la «durata efficace» Δt e la «banda di frequenza efficace» Δf di un segnale soddisfano la diseguaglianza $\Delta t \cdot \Delta f \geq 1$, dove l'uguaglianza si realizza per segnali elementari di forma gaussiana (ibid., p. 591). Questa relazione di indeterminazione è il modello classico della meccanica d'onda nel quale l'unità sostituisce la costante di Planck h.

qualsiasi rapporto d'aspetto $\Delta t/\Delta f$, ciascuna associata a un «segnale elementare». L'analisi di Fourier e il campionamento secondo il teorema di Shannon emergono come casi-limite opposti di questo quadro[13].

Negli esperimenti di sintesi stocastica dei primi anni Settanta — all'Università dell'Indiana (1971), proseguiti a Parigi per Polytope de Cluny (1972) — il processo stocastico operava campione per campione, alla frequenza di campionamento. In termini di teorema di Gabor, il quanto operativo coincideva con il singolo campione. La determinazione temporale era massima, ma il contenuto spettrale restava difficilmente controllabile.

Con l'introduzione dell'interpolazione lineare nella DSS, Xenakis identifica una scala temporale intermedia — segmenti di centisecondi e millisecondi — che corrisponde, nel diagramma di Gabor, a celle di area prossima all'unità, bilanciando determinazione temporale e frequenziale. La variazione stocastica non ha più luogo di campione in campione ma a distanza di decine o centinaia di campioni. Sono ora i segmenti di interpolazione lineare a definire la scala temporale operativa della DSS, ossia l'ordine di grandezza entro cui il processo stocastico produce risultati compositivamente rilevanti.

Di Scipio sottolinea come questa introduzione di un fattore deterministico non rappresenti un compromesso tecnico né un ripiego rispetto alla purezza stocastica del modello. Si tratta piuttosto di una *riduzione di complessità* che «controbilancia l'inerente condizione probabilistica», consentendo l'emergenza di proprietà sonore

[13] Dennis GABOR, *Acoustical Quanta* cit., pp. 591-592. Se le celle del diagramma informazionale hanno lunghezza infinita nella direzione del tempo si ottiene l'analisi di Fourier; se hanno lunghezza infinita nella direzione della frequenza si ottiene un'espansione in funzioni delta, vale a dire il segnale s(t) stesso. Ogni caso intermedio implica una diversa «granularità». La lettura del caso-limite temporale come teorema di Shannon è di Agostino DI SCIPIO, *La Sintesi del suono* cit., p. 93.

controllabili[14]. L'interpolazione è ciò che permette a Xenakis di «centrare il bersaglio»: dopo aver applicato funzioni stocastiche su scale temporali troppo ampie (la distribuzione di grani in *Analogique B*) e troppo piccole (il campione individuale negli esperimenti del 1971), la DSS trova nella scala intermedia dei segmenti interpolati la dimensione temporale appropriata per ottenere sonorità di rilievo compositivo. In termini formali, si tratta della scelta di una granularità ottimale entro il vincolo di Gabor.

Come sottolinea Di Scipio, il bilanciamento tra processo stocastico e interpolazione deterministica non è un'accidentalità implementativa, bensì una scelta compositiva maturata in anni di sperimentazione.

1.4 I filtri a media mobile

L'algoritmo di GENDYN prevede due filtri opzionali a media mobile a 3 punti, denominati nel codice BASIC rispettivamente *screen filter* e *converter filter*[15]. Entrambi hanno la medesima struttura matematica:

$$y[n] = (x[n-2] + x[n-1] + x[n]) / 3$$

[14] *Ibid.*: «contestualmente introduce un fattore deterministico quale l'interpolazione, che controbilancia l'inerente condizione probabilistica. Il tutto rappresenta una riduzione di complessità rispetto alla sintesi stocastica diretta. E rappresenta forse anche il frutto dell'esperienza maturata col sistema UPIC».

[15] Il filtro a media mobile a 3 punti nel codice originale (variabile flrt%) è documentato come «vertical screen filter» e «converter filter». Si tratta di due stadi identici, attivabili indipendentemente. Marie-Hélène SERRA, *Stochastic Composition* cit., p. 243.

Ciascun filtro può essere attivato o disattivato. Quando entrambi sono attivi, operano in sequenza sul flusso di campioni in uscita, producendo un filtraggio passa-basso. L'analisi formale dei filtri FIR sviluppata nelle sezioni successive si applica pertanto con certezza solo a GENDYN (cfr. sezione 1).

2. Lettura markoviana dei processi deterministici

2.1 Il filtro FIR come trasformazione dello spazio degli stati

Quando un filtro FIR a media mobile di lunghezza L viene applicato a questo processo, l'uscita $\{Y_n\}$ è ancora un processo stocastico, ma con correlazione a corto raggio determinata dalla lunghezza del filtro. Se il random walk originale ha memoria di un passo, dopo la media mobile il processo risultante ha memoria di L passi. Tuttavia, questa estensione di memoria è interamente deterministica, determinata dalla struttura del filtro, non da nuova informazione stocastica. L'unica sorgente di casualità resta il random walk iniziale.

In termini di spazio degli stati, il filtro non aggiunge gradi di libertà stocastici ma aggiunge dimensioni necessarie alla descrizione completa. Per un filtro a media mobile di lunghezza $L=3$, lo stato deve includere i tre campioni correnti:

$$s[n] = (x[n], x[n-1], x[n-2])$$

L'evoluzione dello stato resta markoviana. Lo stato futuro dipende solo dallo stato presente e dal nuovo incremento stocastico. Il filtro *preserva* la struttura markoviana, non la distrugge né la altera qualitativamente.

La formalizzazione è immediata. Le equazioni del secondo ordine (cfr. sezione 2.1) si scrivono come prodotto matrice-vettore:

$$\mathbf{s}[n+1] = \boldsymbol{A} \cdot \mathbf{s}[n] + \boldsymbol{b} \cdot \varepsilon[n+1]$$

dove

$$\mathbf{s}[n] = (w_n, a_n)^T$$

e

$$\varepsilon[n] = f(z) \cdot \Delta a$$

per l'ampiezza. Invece si ha:

$$\varepsilon[n] = f(z) \cdot \Delta d$$

per la durata, e la matrice di transizione è data da:

$$\boldsymbol{A} = [[1, 0], [1, 1]], \boldsymbol{b} = (1, 1)^T$$

Il coefficiente $A_{21} = 1$ codifica l'accoppiamento tra random walk primario e secondario. Per il primo ordine, $\boldsymbol{A} = 1$ (scalare). Analogamente, il filtro a media mobile di lunghezza $L=3$ richiede di estendere lo stato aumentato a:

$$\tilde{\mathbf{s}}[n] = (s^T[n], s^T[n-1], s^T[n-2])^T$$

La dinamica è allora governata dalla matrice di transizione a blocchi:

$$\tilde{\boldsymbol{A}} = [[\boldsymbol{A}, 0, 0], [\boldsymbol{I}, 0, 0], [0, \boldsymbol{I}, 0]]$$

L'uscita filtrata si ottiene come combinazione lineare dello stato esteso:

$$y[n] = \mathbf{c}^T \cdot \tilde{\mathbf{s}}[n], \qquad \mathbf{c} = (C_x/3,\ C_x/3,\ C_x/3)^T$$

dove C_x estrae l'uscita dallo stato. In entrambi i casi lo stato futuro dipende solo dallo stato presente e dal nuovo incremento stocastico, e la proprietà di Markov è preservata per costruzione.

2.2 L'interpolazione lineare come processo markoviano

Nella DSS non si interpolano valori arbitrari, ma stati successivi di un processo markoviano. Separare concettualmente interpolazione e processo stocastico equivale a un errore analitico.
La formalizzazione rende esplicita questa inscindibilità. A livello di breakpoint lo stato è:

$$s[n] = (w_n,\ a_n)^T$$

(cfr. sezione 3.1). A livello di campione, l'uscita è determinata dall'interpolazione lineare:

$$y[k] = a[n] + (a[n+1] - a[n]) \cdot k/d[n]$$

Per descrivere $y[k]$, tuttavia, lo stato deve essere esteso a:

$$s_n^c = (a[n],\ a[n+1],\ d[n],\ k)$$

passando così da una rappresentazione 2D (quella del breakpoint) a una 4D a livello di campione. L'interpolazione espande lo spazio degli stati incorporando la traiettoria deterministica intra-segmento nella descrizione markoviana. Alle transizioni di breakpoint lo stato salta (stocastico), mentre tra un breakpoint e il successivo scorre linearmente (deterministico).

La catena di Markov sui breakpoint genera la macrostruttura della forma d'onda. Il kernel triangolare genera la microstruttura come segnale continuo tra i breakpoint. Le due strutture sono inscindibili e la densità spettrale risultante è il prodotto, sull'intero asse delle frequenze, della densità spettrale del random walk ($\sim 1/f^2$) e della risposta in frequenza del kernel triangolare ($\sim sinc^2(f)$). I due fattori non operano su bande separate ma si moltiplicano simultaneamente su tutto lo spettro, e la loro azione congiunta determina il timbro.

2.3 La pipeline markoviana

L'analisi formale conduce a una visione unitaria dell'architettura. Essendo il kernel triangolare la convoluzione di due box filter, l'intera pipeline della DSS può essere descritta come concatenazione di operazioni markoviane, dal random walk con barriere elastiche, unica sorgente di casualità, seguito da due stadi di filtraggio rettangolare che estendono progressivamente la correlazione e lisciano il segnale. A questi si aggiungono, opzionalmente, gli stadi di media mobile previsti da Xenakis nei programmi GENDYN[16].

[16] Iannis XENAKIS, *Formalized Music* cit., cap. IX, pp. 289-293.

Ogni stadio aggiunge coerenza strutturale al segnale senza introdurre nuova stocasticità. La complessità timbrica emerge dalla concatenazione di operazioni semplici.

3. Coerenza di sistema per costruzione

Per quanto i filtri siano deterministici e il random walk sia stocastico, la lettura markoviana unifica entrambi sotto lo stesso framework, rivelando una coerenza inscritta nell'architettura.

Non si afferma che il filtro FIR *sia* un processo di Markov. Si afferma che quando lo si descrive in termini markoviani, le proprietà di transizione degli stati risultano coerenti con quelle del processo stocastico che lo alimenta. Il filtro preserva la struttura markoviana e ogni stadio della pipeline riduce la varianza e aumenta la correlazione, ma non introduce discontinuità statistiche.

Questa lettura converge con l'intuizione espressa da Di Scipio a proposito della dialettica tra elementi stocastici e deterministici in GENDYN, e ne offre una precisazione formale. La *riduzione di complessità* operata dall'interpolazione lineare non è una diminuzione della coerenza markoviana. Al contrario, è ciò che la rende operativamente efficace. L'interpolazione convoglia l'azione del random walk entro segmenti temporali di scala appropriata, garantendo la continuità del segnale senza rompere la catena delle transizioni probabilistiche.

4. Espansione dello spazio degli stati e granularizzazione variabile

4.1 Dallo stato minimale allo stato espanso

Se si considera esclusivamente il random walk sui breakpoint, il processo markoviano ammette uno stato minimale:

$$s[n] = (a_n, d_n)$$

ovvero l'ampiezza e la durata del breakpoint corrente. Nel caso del secondo ordine, lo stato si estende a:

$$s[n] = (a_n, w_{an}, d_n, w^d{}_n)$$

(cfr. sezione 2.1). In entrambi i casi, ogni transizione nello spazio degli stati corrisponde alla generazione di un nuovo breakpoint.

Non appena si include l'interpolazione lineare nella descrizione markoviana, lo stato deve necessariamente espandersi. Ogni campione interpolato dipende dai due breakpoint adiancenti, non da uno solo. Lo stato diventa quindi:

$$s'[k] = (a_n, a_{n+1}, d_n, \alpha_k)$$

dove $\alpha_k \in [0,1)$ è la posizione frazionaria corrente all'interno dell'intervallo di interpolazione[17]. Per determinare il valore del campione corrente occorre conoscere entrambi i breakpoint adiacenti e la posizione relativa tra essi. Lo stato espanso

[17] Lo stato minimale del random walk sui breakpoint è $s[n] = (a_n, d_n)$. Con l'interpolazione lineare lo stato si espande a $s'[k] = (a_n, a_{n+1}, d_n, \alpha_k)$: da 2 a 4 componenti nel primo ordine.

soddisfa ancora la proprietà di Markov. Il campione al passo $k+1$ dipende solo dallo stato $s'[k]$.

4.2 Granularizzazione come modulazione della dimensionalità

Nella DSS i breakpoint non sono equispaziati. Le durate sono anch'esse stocastiche, soggette al medesimo random walk che governa le ampiezze. L'espansione di stato varia di conseguenza. Quando i breakpoint si addensano, si espande effettivamente lo spazio degli stati in quella regione temporale. Più breakpoint significa più transizioni markoviane per unità di tempo, dunque una descrizione più fine del processo. Quando si diradano, lo spazio si contrae e l'interpolazione lineare deve coprire distanze maggiori tra stati successivi[18].

In relazione al teorema di Gabor, la variabilità della densità dei breakpoint corrisponde a una modulazione dinamica del rapporto d'aspetto delle celle nel diagramma informazionale. Quando i breakpoint sono fitti, le celle operative sono strette nella direzione del tempo e ampie in quella della frequenza. Conseguentemente lo spettro si arricchisce e la variazione timbrica è rapida. Quando sono radi, le celle si allargano nel tempo e si restringono in frequenza e lo spettro si semplifica. Il timbro diventa quindi più stabile. Questa oscillazione non esce mai dal vincolo di Gabor e il processo stocastico non può generare informazione al di sotto del quanto acustico. Esso ne modula continuamente la forma entro lo spazio delle configurazioni ammissibili.

La variabilità della granularizzazione è dunque una modulazione dinamica della dimensionalità dello spazio degli stati. Non cambiano le regole del processo, poiché

[18] Per una trattazione sistematica della sintesi granulare si veda Curtis ROADS, *Microsound*, MIT Press, Cambridge (MA), 2001.

distribuzione e barriere restano le stesse, ma cambia il tasso di campionamento. La ricchezza timbrica di GENDYN emerge da questa instabilità controllata, poiché il sistema oscilla tra condizioni di alta e bassa granularità, e l'oscillazione è essa stessa un processo stocastico.

5. Da Analogique B a GENDYN: genealogia della proprietà di Markov

5.1 Le catene di Markov in Analogique B

In *Analogique B* (1959), Xenakis applica per la prima volta le catene di Markov alla generazione diretta del materiale sonoro[19]. Il modello opera su schermi (*screens*) di grani sonori distribuiti nello spazio tempo-frequenza secondo probabilità di transizione. Ogni schermo è caratterizzato da una distribuzione statistica di densità, registri e dinamiche, e la successione degli schermi è governata da una matrice di transizione markoviana[20].

Di Scipio sottolinea l'obiettivo di Xenakis, ossia conseguire «sonorità di secondo ordine», micro-articolate ma percettivamente omogenee, le cui proprietà di gruppo siano irriducibili a quelle degli elementi-base. I grani di proprietà «primarie» dovrebbero fondersi in un amalgama di proprietà «secondarie», come «proprietà emergenti» della dinamica interazionale di un sistema complesso. In questo modello, i grani restano entità autonome. La proprietà markoviana governa la distribuzione

[19] Iannis XENAKIS, *Formalized Music* cit., cap. III, pp. 79-109.

[20] Per l'analisi dettagliata di *Analogique B* si veda Makis SOLOMOS, *From Stochastic Music to the Direct Synthesis of Sound*, disponibile all'indirizzo https://www.music.uoa.gr/. Si veda anche Agostino DI SCIPIO, *La Sintesi del suono* cit., pp. 79-86.

statistica dei parametri macroscopici — quali grani appaiono, dove e con quale intensità — ma non la forma d'onda interna di ciascun grano. I grani partono da sinusoidi troncate a circa 40 ms, ma per il vincolo di Gabor la troncatura ne allarga lo spettro oltre la frequenza nominale. Non sono più, quindi, sinusoidi pure. Tuttavia questo arricchimento spettrale è un effetto della durata finita, non un parametro sotto il controllo del compositore.

5.2 Il percorso intermedio: dai quanta di Gabor alla scala temporale appropriata

Il percorso che conduce da *Analogique B* a GENDYN può essere letto con chiarezza attraverso il quadro di Gabor. In *Analogique B*, il quanto operativo è il grano sonoro, ossia un segnale elementare di durata finita, collocato nel diagramma informazionale come cella di rapporto d'aspetto relativamente equilibrato. La procedura markoviana governa la disposizione di questi quanta nello spazio tempo-frequenza, ma non penetra al loro interno.

Negli esperimenti degli anni Settanta, Xenakis tenta di portare il processo stocastico alla scala più fine possibile: quella del singolo campione.

Come osserva Di Scipio, la manipolazione del singolo campione rendeva le proprietà di frequenza un «residuo» del sequenziamento probabilistico. La DSS risolverà questa tensione con l'interpolazione lineare, identificando nella scala intermedia dei segmenti interpolati la granularità operativa in cui stocasticità e determinismo si bilanciano (cfr. sezione 2.3).

5.3 GENDYN come compimento del programma di ricerca

Con la DSS e con GENDYN in particolare, il salto è compiuto e la proprietà markoviana scende al livello della forma d'onda. Non si distribuiscono più grani nello spazio acustico secondo probabilità di transizione, bensì si costruisce la forma d'onda stessa come traiettoria di un processo markoviano continuo.
In questa prospettiva, GENDYN appare come la conseguenza logica di *Analogique B*. Nella sintesi granulare l'unità generativa è il grano come evento sonoro autonomo e pre-formato. Le sue proprietà interne non dipendono dal processo distributivo che lo colloca nello spazio acustico. In GENDYN non esiste un'unità discreta autonoma, poiché il segnale è la traiettoria continua di un processo markoviano. La granularità — variabile e governata dalla densità stocastica dei breakpoint — è una proprietà emergente della traiettoria stessa, non un parametro di ingresso.

6. La macrostruttura stocastica: dall'algoritmo alla composizione

Le considerazioni fin qui svolte si sono concentrate sulla microstruttura, ossia l'algoritmo di sintesi. Ma la coerenza di GENDYN si manifesta anche nella relazione tra microstruttura e macrostruttura. Serra fornisce la descrizione più dettagliata dell'organizzazione formale di *GENDY3*[21].
Il brano è strutturato come una serie di sezioni giustapposte, ciascuna definita da una configurazione di voci (fino a 16 simultanee) e da una successione di time-field in cui si alternano suono e silenzio. La decisione suono/silenzio è effettuata mediante prove

[21] Marie-Hélène SERRA, *Stochastic Composition* cit., pp. 247-254. Sergio LUQUE, *The Stochastic Synthesis* cit., pp. 81-82.

di Bernoulli indipendenti, e la durata di ciascun patch è determinata da una distribuzione esponenziale. Il processo genera tessiture di densità variabile, controllate dai parametri di ciascun campo.

La macrostruttura è generata dal programma preparatorio PARAG, che calcola la sequenza dei patch per ciascun campo e produce i file di dati che il sintetizzatore leggerà campione per campione. Il compositore interviene a monte, definendo i parametri di ciascun campo e codificandoli nel programma.

I due livelli sono isomorfi. Le stesse leggi probabilistiche che governano la generazione del segnale alla scala microscopica governano la distribuzione degli eventi alla scala macroscopica. Come osserva Serra, la microstruttura e la macrostruttura sono concepite «attraverso la stessa prospettiva»[22].

7. La sintesi del suono come dominio compositivo

L'analisi formale e storiografica converge su un punto che Di Scipio articola con chiarezza. Per Xenakis, la sintesi del suono non è un supporto tecnico alla composizione ma un *dominio compositivo* a pieno titolo. Nel linguaggio comune, osserva Di Scipio, «fare sintesi» significa «ricondurre a unità l'irriducibilità delle circostanze date, comporre o ricomporre la molteplicità»[23]. Nell'approccio di Xenakis

[22] Marie-Hélène SERRA, *Stochastic Composition* cit., p. 256: «The microstructure and macrostructure are conceived through the same perspective, i.e. filling sonic space with sound material and structuring this space are accomplished with similar means».

[23] Agostino DI SCIPIO, *La Sintesi del suono* cit., p. 97: «nel linguaggio comune, "fare sintesi" significa ricondurre a unità l'irriducibilità delle circostanze date, comporre o ricomporre la molteplicità».

alla sintesi del suono, il «molteplice» tendenzialmente portato a coerenza estetica va riferito innanzitutto a fenomeni dinamici interni al suono a temporalità diverse.
Questo posizionamento teorico è inseparabile dalla critica al paradigma di Fourier che attraversa l'intera opera di Xenakis. Nel quadro di Gabor, l'analisi di Fourier è uno dei casi-limite estremi del diagramma informazionale. Xenakis ribalta il rapporto. La sintesi non-standard scaturisce da un'intuizione creativa tradotta in prassi generativa, come risposta all'insufficienza del modello di Fourier nel rendere conto delle variazioni microscopiche delle componenti spettrali.
La pipeline di GENDYN — random walk, interpolazione, filtraggio — genera direttamente forme sonore complesse senza passare per la scomposizione in parziali. La coerenza formale del sistema è al servizio dell'autonomia creativa. Xenakis genera ex novo, e la struttura markoviana garantisce che la generazione non sia arbitraria ma strutturalmente vincolata.

Conclusioni

L'analisi condotta nelle sezioni precedenti dimostra che l'architettura GENDYN possiede una coerenza markoviana garantita per costruzione. I processi deterministici non alterano la struttura del random walk con barriere elastiche ma ne espandono lo spazio degli stati. La variabilità stocastica delle durate dei breakpoint modula dinamicamente la granularità del processo entro il vincolo di Gabor. L'isomorfismo micro/macrostruttura conferma questa coerenza.
L'espansione dello spazio degli stati qui formalizzata apre una prospettiva che, a conoscenza di chi scrive, non è stata esplorata nella letteratura sulla DSS. La transizione markoviana (cfr. sezione 3.1), descritta come prodotto matrice-vettore, opera su uno spazio a valori reali e continui, a differenza delle matrici stocastiche su stati discreti impiegate da Xenakis. Questa rappresentazione è la base su cui innestare

trasformazioni deterministiche (interpolazione, filtraggio) verificandone l'effetto sulla struttura markoviana del processo.

La genealogia da *Analogique B* a GENDYN rivela la traiettoria concettuale di Xenakis, che passa dalla distribuzione markoviana di grani autonomi a un processo markoviano continuo in cui il grano perde la propria autonomia e si integra come segmento di una traiettoria ininterrotta. GENDYN non è soltanto una tecnica di sintesi. È il compimento logico di un programma di ricerca che attraversa tre decenni[24].

Bibliografia

Agostino DI SCIPIO, *Compositional Models in Xenakis's Electroacoustic Music*, in «Perspectives of New Music», vol. 36, n. 2, 1998, pp. 201-243.

Agostino DI SCIPIO, *La Sintesi del suono in Iannis Xenakis. Indagine di una ricerca compositiva*, in «Musica/Tecnologia», vol. 16, 2022, pp. 77-101.

Leon BRILLOUIN, *Science and Information Theory*, Academic Press, New York, 1959.

Dennis GABOR, *Acoustical Quanta and the Theory of Hearing*, in «Nature», n. 4044, vol. 159, 1947, pp. 591-594. Traduzione italiana a cura di Agostino Di Scipio: *I quanta acustici e la teoria dell'udito*, in «Musica/Tecnologia», vol. 10, 2016, pp. 9-16.

Peter HOFFMANN, *The New GENDYNN Program*, in «Computer Music Journal», vol. 24, n. 2, 2000, pp. 31-38.

Sergio LUQUE, *The Stochastic Synthesis of Iannis Xenakis*, in «Leonardo Music Journal», vol. 19, 2009, pp. 77-84.

Alan V. OPPENHEIM e Ronald W. SCHAFER, *Discrete-Time Signal Processing*, Pearson, Upper Saddle River (NJ), 2010.

[24] Sergio LUQUE, *The Stochastic Synthesis* cit., p. 83.

Athanasios PAPOULIS e S. UNNIKRISHNA PILLAI, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, New York, 2002.

Curtis ROADS, *Microsound*, MIT Press, Cambridge (MA), 2001.

Marie-Héléne SERRA, *Stochastic Composition and Stochastic Timbre: GENDY3 by Iannis Xenakis*, in «Perspectives of New Music», vol. 31, n. 1, 1993, pp. 236-257.

Makis SOLOMOS, *From Stochastic Music to the Direct Synthesis of Sound*, disponibile all'indirizzo https://www.music.uoa.gr/

Iannis XENAKIS, *Formalized Music. Thought and Mathematics in Composition*, edizione riveduta, Pendragon Press, Stuyvesant (NY), 1992.